

Problems-2025

Problem 1:

At a primeval market, a mammoth skin could be exchanged for two saber-toothed tiger skins, and a peacock feather skirt could be exchanged for three stone spears. At another market, located one day away from the first, a mammoth skin could be exchanged for three peacock feather skirts, and a saber-toothed tiger skin could be exchanged for four spears. All of these exchanges can be done both ways. A hunter brings a mammoth skin to the first market and wants to exchange it for four saber-toothed tiger skins. How many days will he need?

Problem 2:

Consider the following Robinson Crusoe economy. Robinson, the consumer, is endowed with zero units of coconuts $x = 0$ and 24 hours of time ($h = 24$), such that the endowment vector is $e = (0, 24)$. His preferences are defined over bundles of coconuts and leisure $\mathbb{R}_+^2$ and represented by the utility function $u(x, h) = xh$. Robinson (as producer) uses his labor (l) to produce coconuts (y), according to the production function $y = \sqrt{l}$. The producer sells the coconuts to the consumer, and all profits from the production and sale of coconuts are distributed to the consumer. Find the competitive equilibrium price (Walrasian equilibrium price) and allocation for this economy.

Problem 3

- a) At the beginning of February 2025, the USD/CHF spot exchange rate was 0.966 USD per Swiss franc, the continuously compounded US interest rate was 3%, and the Swiss interest rate was 0%. A 6-month forward contract on Swiss francs was trading at 1 USD/CHF. Determine whether an arbitrage opportunity exists. Explain your arbitrage strategy in detail and show the resulting cash flows.
- b) Find the 9-month forward price of a stock that will pay fixed dividends of \$7, \$8, and \$9 at 3, 6, and 9 months, respectively. (The buyer of the forward will become the owner of the share after the last dividend is paid.) The current share price is \$120, and the relevant annual interest rate is 8% APR with quarterly compounding. Use quarterly compounding in your calculations.
- c) What is meant by the “value” of a forward position? How does the value of a forward contract change over time from initiation to maturity? Explain briefly (2–4 sentences). Suppose you shorted the forward contract described in part (b). Three months later (after the first dividend is paid), the new spot price of the share is \$117. What would be the forward price at that moment?

- d) Explain intuitively whether the forward price of an asset that provides a known convenience yield to its holder should be higher or lower than the forward price of a similar asset with no convenience yield. Provide an example of such an asset, and explain what utility (convenience) it provides to the holder and why.

Problem 4

In a certain model, the Phillips curve uses the following notation:

$$\pi_t = \pi_t^e - 2 * (u_t - 5)$$

π_t - actual inflation rate in year, t (percent).

π_t^e - expected inflation rate in year, t (percent).

u_t - actual unemployment rate in year, t (percent).

All variables are measured as percentages. It is known that the expected inflation rate follows a second-order autoregressive (AR(2)) process:

$$\pi_t^e = 0,6\pi_{t-1}^e + 0,3\pi_{t-2}^e + v_t,$$

v_t - white noise with variance 1 (error term).

The actual unemployment rate follows a first-order moving-average (MA(1)) process:

$$5 + \varepsilon_t - 0,25\varepsilon_{t-1}$$

ε_t - is white noise with variance 1 (independently and identically distributed error term).

ε_t and v_t are uncorrelated with each other.

- Is the actual inflation process stationary?
- Given that the expected inflation rate was 20% in both 2024 and 2025, forecast the actual inflation rate for 2026 and determine the 95% confidence interval for this forecast.

Задачи-2025

Задача 1:

На первобытном рынке одну шкуру мамонта можно было обменять на две шкуры саблезубого тигра , а одну юбку из перьев павлина — на три каменных копья. На другом рынке, расположенном в одном дне пути от первого , одну шкуру мамонта можно было обменять на три юбки из перьев павлина , а одну шкуру саблезубого тигра — на четыре копья. Все эти обмены могли совершаться в обоих направлениях. Охотник приносит шкуру мамонта на первый рынок и хочет обменять ее на четыре шкуры саблезубого тигра. Сколько дней ему понадобится?

Задача 2:

Рассмотрим экономику Робинзона Крузо. Потребитель Робинзон наделен нулевым запасом кокосов $x = 0$ и 24 часами времени, так что вектор его запасов составляет $e = (0, 24)$. Его предпочтения определены на наборах кокосов и досуга $\mathbb{R}_+^2$ и представлены функцией полезности $u(x, h) = xh$. Робинзон (как производитель) использует свой труд (l) для производства кокосов (y), в соответствии с производственной функцией $y = \sqrt{l}$. Производитель продает кокосы потребителю, и вся прибыль от производства и продажи кокосов распределяется среди потребителя. Найдите равновесную цену и распределение конкурентного равновесия (равновесия по Вальрасу) для этой экономики.

Задача 3

- а) В начале февраля 2025 года спотовый обменный курс USD/CHF составлял 0,966 доллара США за один швейцарский франк , непрерывно начисляемая процентная ставка в США была 3%, а процентная ставка в Швейцарии — 0%. 6-месячный форвардный контракт на швейцарские франки торговался по курсу 1 USD/CHF. Определите, существует ли возможность арбитража. Объясните вашу арбитражную стратегию подробно и покажите результирующие денежные потоки.
- б) Найдите 9-месячную форвардную цену акции, которая будет выплачивать фиксированные дивиденды в размере \$7, \$8 и \$9 через 3, 6 и 9 месяцев соответственно. (Покупатель форварда станет владельцем акции после выплаты последнего дивиденда .) Текущая цена акции составляет \$120 , а соответствующая годовая процентная ставка (APR)

равна 8% с ежеквартальным начислением процентов. Используйте ежеквартальное начисление процентов в ваших расчетах.

- в) Что подразумевается под «стоимостью» форвардной позиции? Как меняется стоимость форвардного контракта с течением времени от момента его заключения до срока погашения? Объясните кратко (2–4 предложения). Предположим, вы открыли короткую позицию (продали) по форвардному контракту, описанному в пункте (b). Через три месяца (после выплаты первого дивиденда) новая спотовая цена акции составляет \$117. Какой будет форвардная цена в этот момент?
- г) Объясните интуитивно, должна ли форвардная цена актива, который предоставляет известную конвенциональную доходность (*convenience yield*) его держателю, быть выше или ниже форвардной цены аналогичного актива без конвенциональной доходности. Приведите пример такого актива и объясните, какую полезность (конвенциональную доходность) он предоставляет держателю и почему.

Задача 4

В некоторой модели кривая Филлипса использует следующие обозначения:

$$\pi_t = \pi_t^e - 2 * (u_t - 5)$$

Где:

π_t — фактический уровень инфляции в году t (в процентах).

π_t^e — ожидаемый уровень инфляции в году t (в процентах).

u_t — фактический уровень безработицы в году t (в процентах).

Все переменные измеряются в процентах. Известно, что ожидаемый уровень инфляции следует авторегрессионному процессу второго порядка:

$$\pi_t^e = 0,6\pi_{t-1}^e + 0,3\pi_{t-2}^e + v_t,$$

v_t - белый шум с дисперсией 1 (случайный член, или ошибка).

Фактический уровень безработицы следует процессу скользящего среднего первого порядка:

$$5 + \varepsilon_t - 0,25\varepsilon_{t-1}$$

Где ε_t – белый шум с дисперсией 1 (независимый и одинаково распределенный случайный член ε_t и v_t не коррелированы).

- а) Является ли процесс фактической инфляции стационарным?
- б) Учитывая, что ожидаемый уровень инфляции составлял 20% как в 2024, так и в 2025 году, спрогнозируйте фактический уровень инфляции на 2026 год и определите 95%-й доверительный интервал для этого прогноза.

Meseleler-2025

Mesele 1:

Ilki durmuş jemgyýeti döwründe döredilen bazarda 1 mamontyň derisine 2 sany gaplaň derisine çalyşýarlar, 1 tawus guşuň perinden ýasalan köýnege 3 sany naýza çalyşýarlar. Başga bir gün uzaklykda ýerleşen bazarda bolsa 1 mamontyň derisine 3 tawus guşuň perinden ýasalan köýnek çalyşýarlar, 1 gaplaňyň derisine bolsa 4 naýza çalyşýarlar. Awçy 1-nji bazara mamontyň derisi bilen gelipdir we oňa 4 sany gaplaň derisi gerek. Awça maksadyna ýetmek üçin näçe gün gerek?

Mesele 2:

Aşakdaky “Robinson Kruze” ykdysadyýetine seredeliň. Robinzon sarp edijiligine kokosyň nol birligi, ýagny x , we 24 sagat wagt, ýagny h , şonuň ýalyda $e = (0, 24)$ berilen. Onuň islegleri $\mathbb{R}_+^2$ bilen kesgitlenýär we $u(x, h) = xh$ bilen kesgitlenýär. Öndüriji Robinson, $y = \sqrt{l}$ önümçilik funksiýasyna laýyklykda kokos öndürmek, y sarp edijiniň zähmet hyzmatyndan l peýdalanýar. Öndüriji kokoslary sarp edijä satýar. Kokos öndürmekden we satmakdan alnan ähli girdejiler sarp edijä paýlanýar. Bu ykdysadyýetiň Walrasian deňagramlylyk bahasyny we peýdalanyşyny tapyň.

Mesele 3

a) 2025-nji ýylyň fewral aýynyň başynda USD/CHF puluň gündelik hümmeti bir şweýsar franky üçin 0,966 USD, üznüksiz çylşyrymly göterim derejesi ABŞ – da 3%, Şweýsariýada 0%. Şweýsar franklary boýunça 6 aýlyk forward şertnamasy 1 USD/CHF bilen söwda edilýärdi. Arbitraž mümkinçiliginiň bardygyny anyklaň. Arbitraž strategiýaňyzy jikme-jik düşündiriň we netijede ýüze çykýan pul akymlaryny hasaplap görkeziň.

b) 3, 6 we 9 aýda degişlilikde \$7, \$8 we \$9 möçberinde kesgitli diwidendlere tölejek bir paýnamanyň 9 aýlyk forward bahasyny tapyň. (Forwardy satyn alýan soňky diwidend tölenenden soň paýnamanyň eýesi bolar). Paýnamanyň häzirki bahasy \$120, degişli ýyllyk göterim derejesi bolsa çärýekleýin goşulmak bilen 8% (Ýyllyk Göterim Derejesi). Hasaplamalaryňyzda çärýekleýin goşulmagy ulanyň.

ç) Forward pozisiýasynyň "gymmaty" nämäni aňladýar? Forward şertnamasynyň gymmaty onuň baglaşylan pursatyndan (initiation) gutarýan pursatyna (maturity) çenli wagt geçdigiçe nähili üýtgäp durýar? Gysgaça düşündiriň (2–4 sözlem). (b)

böleginde beýan edilen forward şertnamasyny siz satandygyňyzy çak edeliň. Üç aýdan soň (birinji diwidend tölenenden soň), paýnamanyň täze spot bahasy \$117 bolýar. Şol pursatdaky forward bahasy näçä deň bolar?

d) Aktiw eýesine belli bir peýda (amatlylyk/ peýdalanyş girdejisi ýa – da “convenience yield”) getirýän ýagdaýynda onuň forward bahasy şeýle peýdasy bolmadyk, ýöne beýleki tarapdan meňzeş aktiwden has ýokary ýa pes bolmalymy? Şeýle aktiwiň mysalyny getirip, onuň eýesine näme peýda berýändigini we nämä görä şeýle bolup durýandygyny düşündiriň.

Mesele 4

Bir ykdysadyýetde, Fillips egrisi şular ýaly berilýär:

$$\pi_t = \pi_t^e - 2 * (u_t - 5)$$

π_t – ýylda hakyky inflýasiýa derejesi, t

π_t^e – ýylda garaşylýan inflýasiýa derejesi, t

u_t – ýylda işsizligiň derejesi, t

Ähli üýtgeýjiler göterim görnüşinde ölçenilýär.

Garaşylýan inflýasiýanyň derejesiniň ikinji tertipli awtoregressiýa prosesi bilen beýan edilýändigini mälimdir:

$$\pi_t^e = 0,6\pi_{t-1}^e + 0,3\pi_{t-2}^e + v_t,$$

v_t – garaşmasy 0 we dispersiýasy 1 bolan daşky täsir .

Hakyky işsizlik derejesi birinji derejeli ortaça proses bilen düşündirilýär:

$$5 + \varepsilon_t - 0,25\varepsilon_{t-1}$$

ε_t - garaşmasy 0 we dispersiýasy 1 bolan daşky täsir .

ε_t we v_t özärä korrelasiýasy ýok.

a) Hakyky inflýasiýa stasionar prosesmi?

b) 2024-nji we 2025-nji ýyllarda garaşylýan inflýasiýanyň 20% bolandygy mälim bolsa, 2026-njy ýylda hakyky inflýasiýa derejesiniň çaklamasyny düzüň we bu çaklama üçin 95% ynam aralygyny kesgitläň.

